

“Оценка взаимосвязей рельеф-почва-растения с использованием новых подходов в геоморфометрии (на примере агроландшафта и лесной экосистемы юга Московской области)”

Петр Александрович Шарый

Институт физико-химических и биологических проблем почвоведения РАН

142290 г.Пушино Московской области ул.Институтская д.2

Цель исследования: Разработать систему количественной оценки взаимосвязей рельеф-почва-растения в агроландшафтах и лесных экосистемах на основе развития и использования количественных методов анализа рельефа.

Научный сайт (англ.): http://members.fortunecity.com/eco4/research_shary/

Электронная почта: p_shary@mail.ru

Тел. 8 (0967) 73-36-04

Сайт о программе (англ.): <http://members.fortunecity.com/eco4/giseco/>

Сайт о программе (рус.): http://www.esti-map.ru/gis_eco.htm

Защищаемые положения:

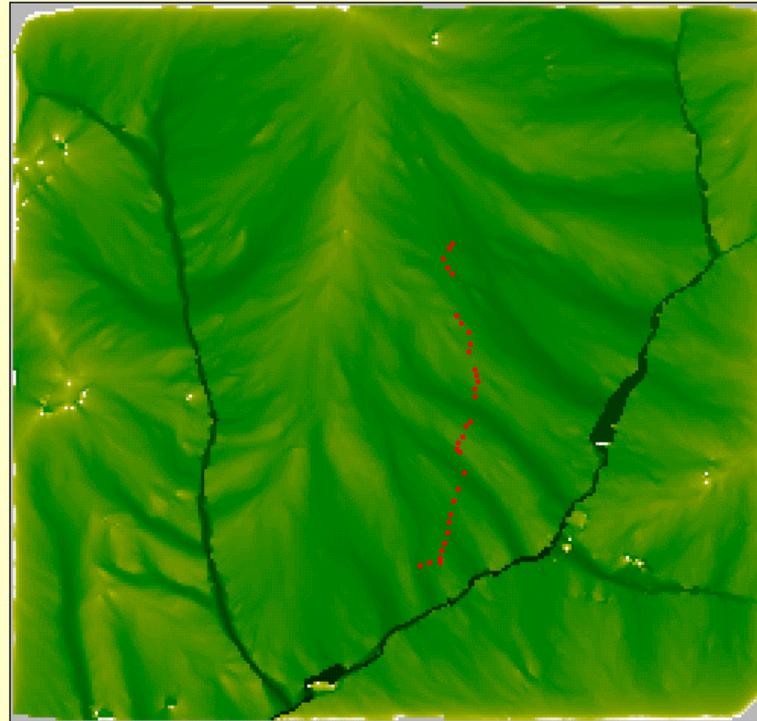
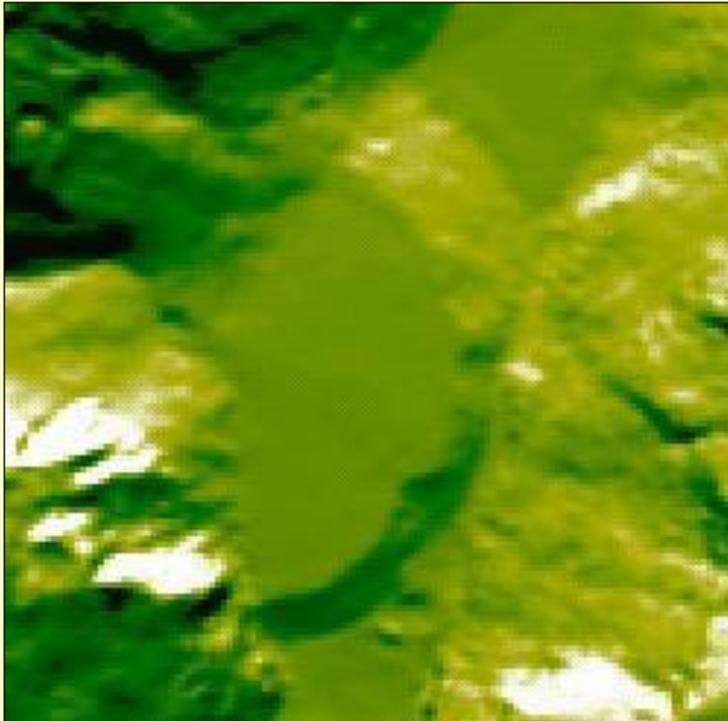
1. Существенно повышен уровень (качество) количественного описания рельефа путем введения новых морфометрических величин (МВ), изучения их физического смысла, а также классификации системы МВ, что позволило обнаруживать статистически значимые связи между рельефом и свойствами почв там, где они ранее не обнаруживались.
2. Установлено, что даже при отсутствии статистически значимой связи между характеристиками продуктивности ячменя и рельефом на сельскохозяйственном поле, показатели качества урожая (хозяйственный коэффициент, процент белка различных фракций в зерне ячменя) статистически достоверно связаны с рельефом, что обуславливается, в свою очередь, пространственной дифференциацией характеристик почв вследствие связи последних с рельефом как одним из факторов почвообразования.
3. Введение представления о связи иерархических уровней организации ландшафта с определенными характерными размерами опытных участков позволило установить взаимосвязь МВ с показателями состава и свойств растительности и почв в агроценозе и лесной экосистеме и изучить специфику этих связей для участков различных характерных размеров.
4. Выявлено устойчивое изменение в пространстве числа видов различных эколого-ценотических групп (ЭЦГ) растений всех ярусов лесной экосистемы в зоне аккумуляции по сравнению с областью вне этой зоны, при котором в этой зоне уменьшается число видов связанных с хвойными деревьями ЭЦГ (бореальной и боровой) и возрастает число видов остальных ЭЦГ, показана связь этих изменений с закономерными изменениями характеристик почв в зоне аккумуляции.
5. Показано, что на сельскохозяйственном поле заглубление нитратного азота NO_3^- в почвах приводит также и к тесной корреляционной связи концентрации NO_3^- с рельефом в нижних слоях почв.

Классы морфометрических величин (МВ) и их свойства

Непересекающиеся классы морфометрических величин:

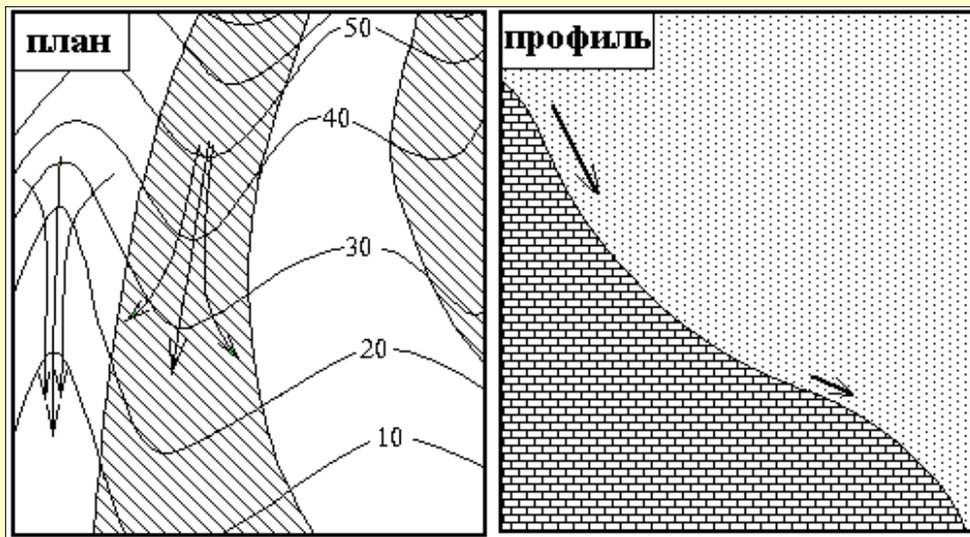
Морфометрические величины	Локальные	Региональные
Учитывающие геофизическое поле	Класс А	Класс В
Игнорирующие геофизические поля	Класс С	Класс D

Локальные МВ описывают геометрию фиксированной окрестности точки, региональные МВ описывают *относительное положение* этой точки в рельефе. Введены еще планетарные классы МВ (В' и D'), но здесь они не используются.

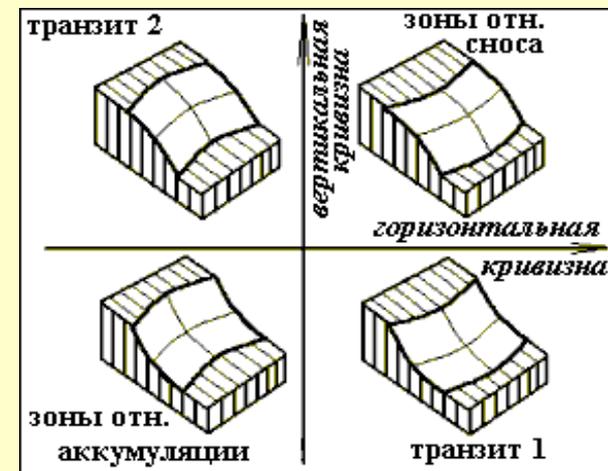


← МВ
класса А
(слева,
освещенность)
и класса В
(справа,
площадь
сбора).

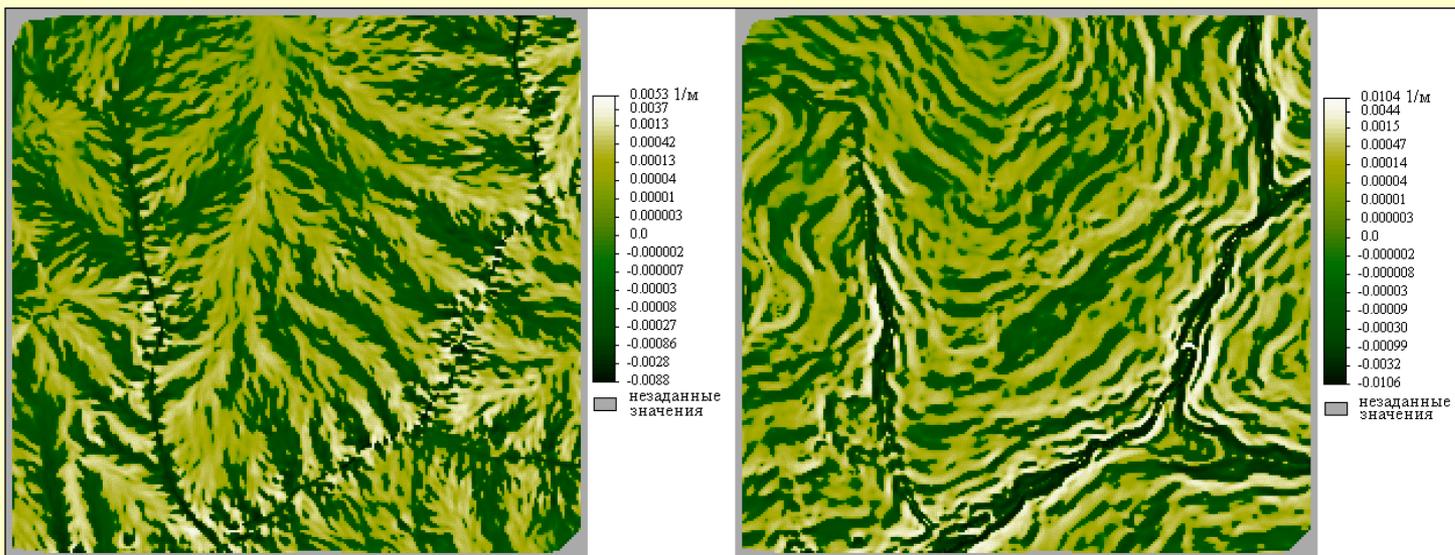
Физический смысл МВ: 2 механизма аккумуляции



← Слева – первый м-зм (сближение потоков), справа – второй (отн. замедление).



Автором доказано, что эти механизмы аккумуляции связаны с горизонтальной и вертикальной кривизнами. Эти МВ описывают **поверхностный сток**.



Слева – карта горизонтальной кривизны, справа – вертикальной кривизны. В каждой точке карт-матриц доступны значения МВ.

МВ: аспекты действия рельефа

Можно выделить пять основных *аспектов действия рельефа*:

- 1) Поверхностный сток сыпучих и жидких веществ
- 2) Расчлененность (изрезанность) рельефа
- 3) Память в ландшафтах (геометрические формы)
- 4) Терморезим склонов
- 5) Высотная зональность

Действие рельефа: *морфометрические предпосылки* процессов или явлений в ландшафте, не полностью определяющие результаты.

МВ и формы рельефа изучались в 12-ти научных дисциплинах, в каждой со своими подходами (напр., использование только характеристик геометрических форм в физике капиллярных явлений) и терминологией (напр., антиклизы, геосинклинали, антиклинали в геологии), не был достаточно выяснен физический смысл

Морфометрические величины на следующих слайдах сгруппированы по этим аспектам действия рельефа.

Морфометрические величины: поверхностный сток

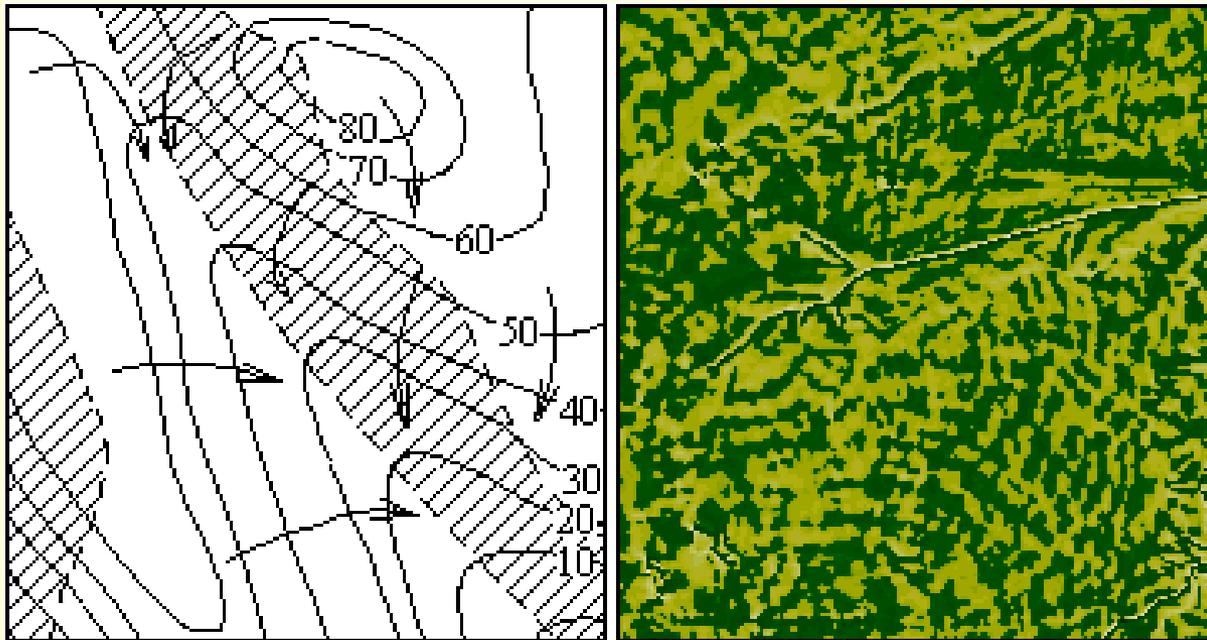
П/п	Морфометрическая величина (обозначение)	Что описывает
0	Ориентация склонов* (A_0)	Направление потоков
1	Крутизна склонов (GA)	Скорость потоков
2	Горизонтальная кривизна (kh)	1-ый механизм аккумуляции (отроги)
3	<u>Площадь сбора</u> (MCA)	1-ый механизм аккумуляции (площадь, с которой собирается вода)
4	<u>Дисперсивная площадь</u> (MDA)	1-ый механизм аккумуляции (площадь, на которую распределяется вода)
5	Вертикальная кривизна (kv)	2-ой механизм аккумуляции (террасы)
6	Разностная кривизна (E)	Сравнивает 1-ый и 2-ой механизмы
7	Полная аккумуляционная кривизна (KA)	Выявляет зоны относительной аккумуляции

Подчеркнуты региональные МВ. Красным выделены введенные автором МВ.

* Не использовалась в статистических сравнениях.

Морфометрические величины: расчлененность рельефа

П/п	Морфометрическая величина (обозначение)	Что описывает
8	Полная кольцевая кривизна (KR)	Извилистость линий тока
9	Горизонтальная избыточная кривизна (khe)	Эти две МВ расщепляют извилистость линий тока на две компоненты
10	Вертикальная избыточная кривизна (kve)	
11	Ротор (rot)	Направление поворота линий тока



← Ротор, схема и карта. Светлые участки отвечают положительным значениям ротора, где линии тока поворачивают по часовой стрелке.

Морфометрические величины: геометрические формы

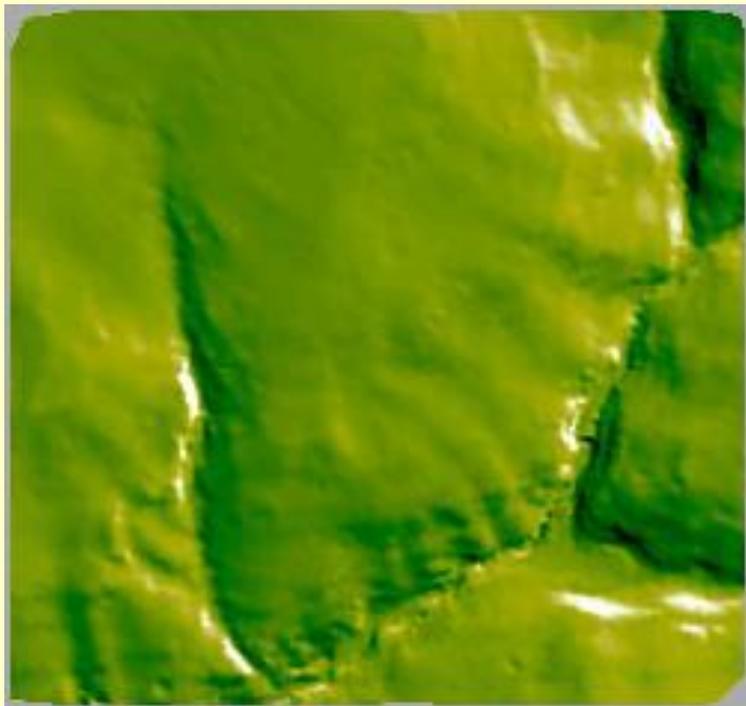
П/п	Морфометрическая величина (обозначение)	Что описывает
12	Несферичность (M)	Отличие формы поверхности в точке от сферической
13	Средняя кривизна (H)	«Равновесную» (минимальную) поверхность, которая имеет минимальную площадь при заданной границе участка
14	Максимальная кривизна (k_{max})	Гребневые формы (С-гребни)
15	Минимальная кривизна (k_{min})	Килевые формы (С-кили)
16	Полная гауссова кривизна (K)	Не меняется при изгибании поверхности

Геометрические формы есть формы поверхности, описанные игнорирующими гравитационное поле МВ (классы С и D).

Характеристики геометрических форм дают альтернативный подход к описанию форм рельефа (например, они могут описывать память в ландшафте).

МВ: терморезжим склонов и высотная зональность

П/п	Морфометрические величины (обозначение)	Что описывает
<i>Описание терморезжима склонов</i>		
17	Освещенность склонов (F)	Интенсивность прямого солнечного излучения
<i>Описание высотной зональности</i>		
18	Высота земной поверхности (Z)	Изменение температуры и давления атмосферы



← Карта освещенности склонов F для участка «Данки». F используется для описания терморезжима склонов, для ее расчета задаются два угла (азимут и склонение), определяющие положение Солнца. F выражается в процентах (от 0 до 100%) от значения для перпендикулярного к земной поверхности падения солнечных лучей. Поскольку F локальна (класс А), холмы могут иметь теневые стороны, но сами не отбрасывают теней. Карта F дает наглядное изображение рельефа.

Морфометрические величины: алгоритмы расчета

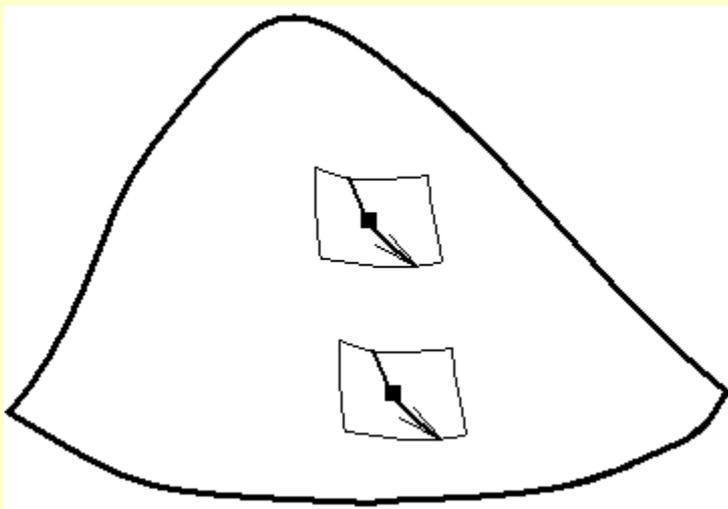
В ряде работ (например, Schmidt et al., 2003, Sousa et al., 2003) отмечаются три наиболее популярных алгоритма расчета кривизн:

- Метод Эванса-Янг (Evans, 1972; Young, 1978),
- **Метод Шарого** (Shary, 1995),
- Метод Зевенбергена-Торне (Zevenbergen and Thorne, 1987).

В сравнении этих методов (Schmidt et al., 2003) предпочтение отдается первым двум.

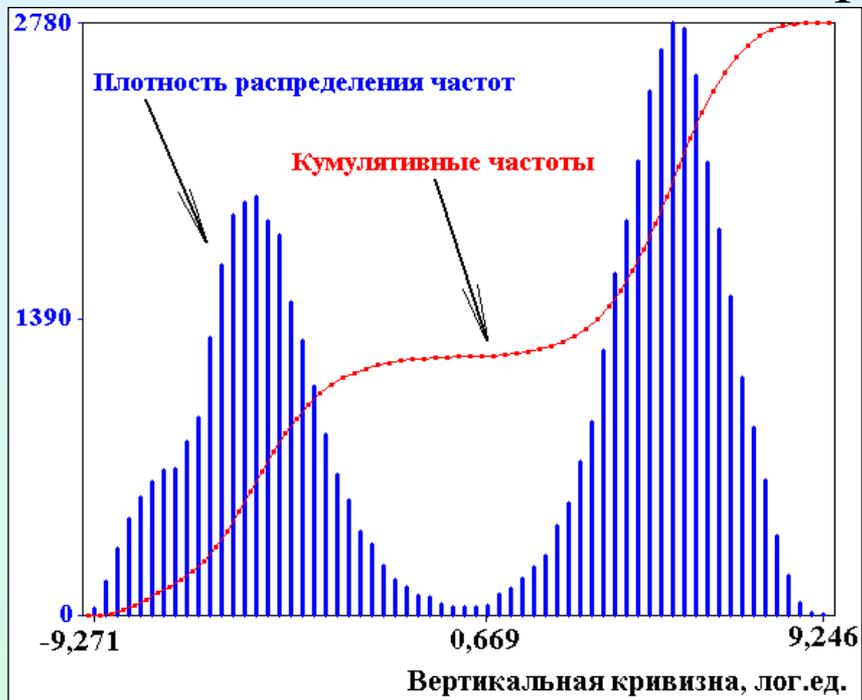
Автором разработан также более совершенный **модифицированный метод Эванса-Янг расчета кривизн**, использовавшийся в настоящем исследовании.

Написано соответствующее программное обеспечение, «Аналитическая ГИС Эко».

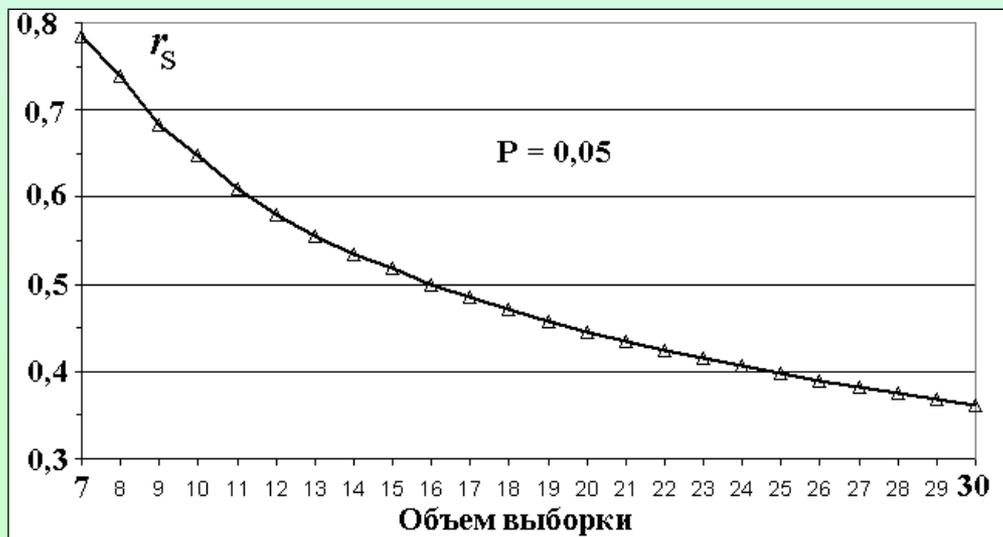


← При расчета локальных МВ используется «метод листочков», автоматически отслеживающий в каждой точке направление профиля склона (линий тока) и кривизну этого профиля. Это избавляет от необходимости в проведении трансектов по профилю склона.

Статистика: непараметрические методы

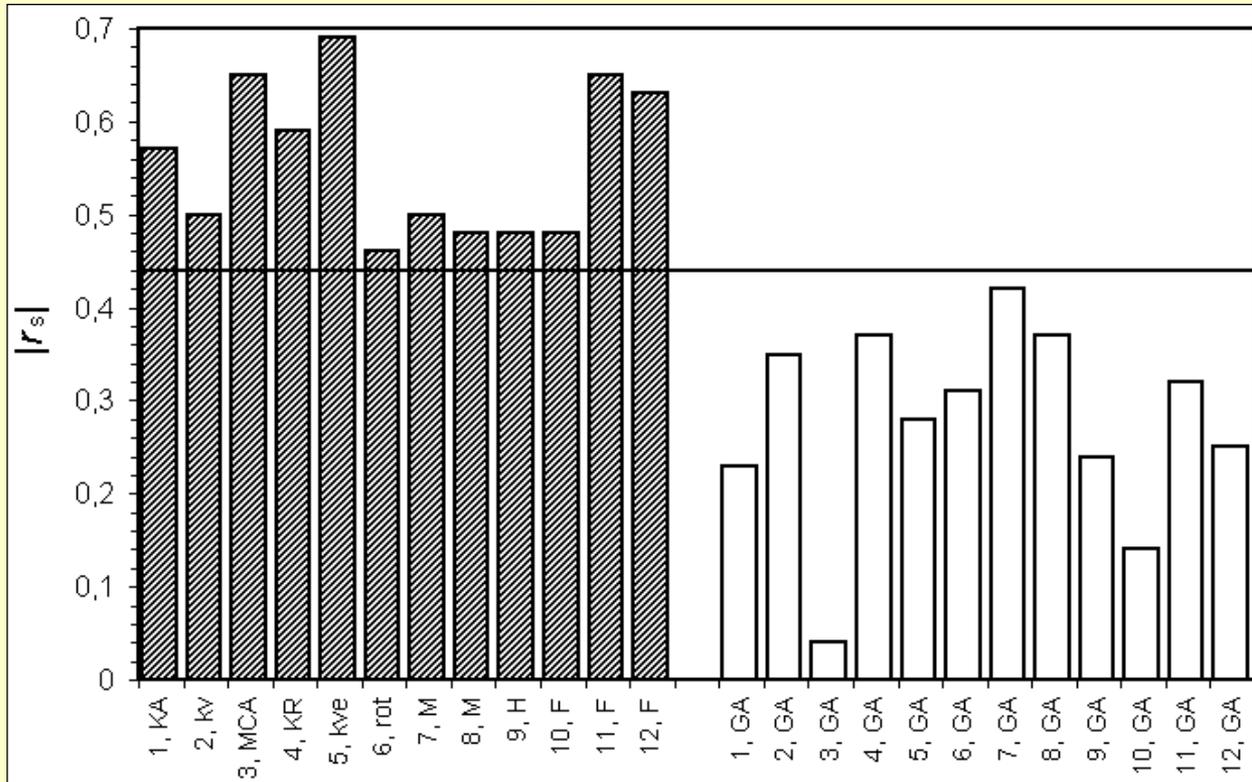


← Статистическое распределение для ряда морфометрических величин не подчиняется нормальному закону. По этой причине некорректно применять обычный (линейный) коэффициент корреляции. В таких случаях используются **непараметрические методы статистики**, например, ранговый коэффициент корреляции Спирмана r_S . Его значение не зависит от того, логарифмированы сравниваемые величины или нет.



← Величины коэффициента корреляции недостаточно для знания закономерностей статистической связи: необходим еще уровень значимости P . Он показывает, насколько достоверна найденная статистическая связь. Например, $P < 0,05$ означает, что вероятность ошибиться меньше $1/20$.

МВ: сравнение известных и новых методов



Сравнение коэффициентов корреляции Спирмана r_s между новыми МВ (темные столбики слева) и крутизной (белые столбики справа) для 12 характеристик почв и растительности на участке «Данки». Горизонтальная черта отвечает уровню значимости $P=0,05$. Корреляции с крутизной GA статистически незначимы, в то время как с другими МВ они статистически значимы.

Характеристики почв и растительности:

1 – мелкая фракция почвы (<1 мкм),

2 – общее число видов растений,

3 – переменность увлажнения почв (P),

4 – увлажнение почв (Ц),

5 – богатство почв азотом (Ц),

6 – сумма проективных покрытий трав,

7 – pH_{KCl} почв (0-10см),

8 – общие баллы видов Nt,

9 – общие баллы видов Br,

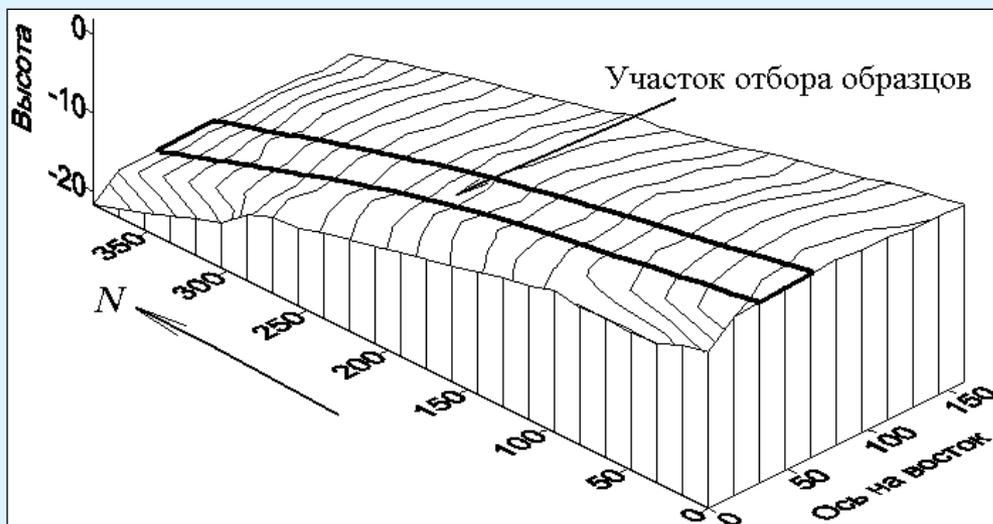
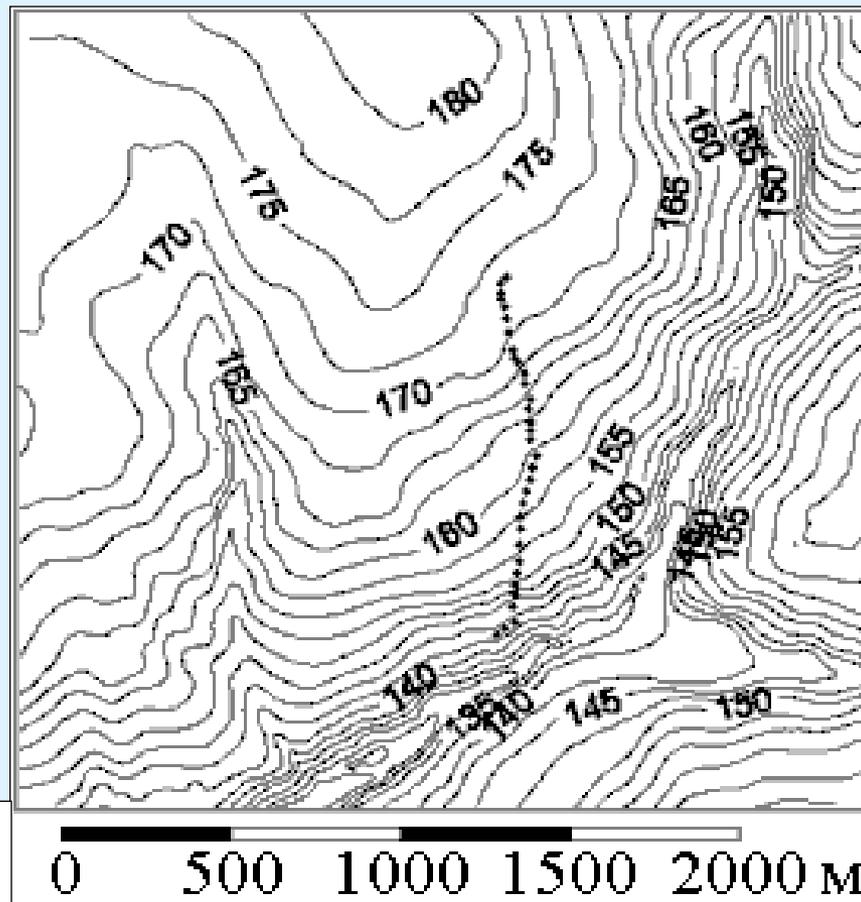
10 – Сорг в почве (10-20см),

11 – число видов растений группы Pn,

12 – общие баллы видов группы Pn.

Объекты исследования

1. «Данки»: участок
 Данковского лесничества (лесная экосистема, сочетания дерново-подзолистых и серых лесных почв, шаг решетки 10м) на юге Моск. обл., 1999. Трансект имеет длину 1,5 км. Объем выборки: 33 точки.



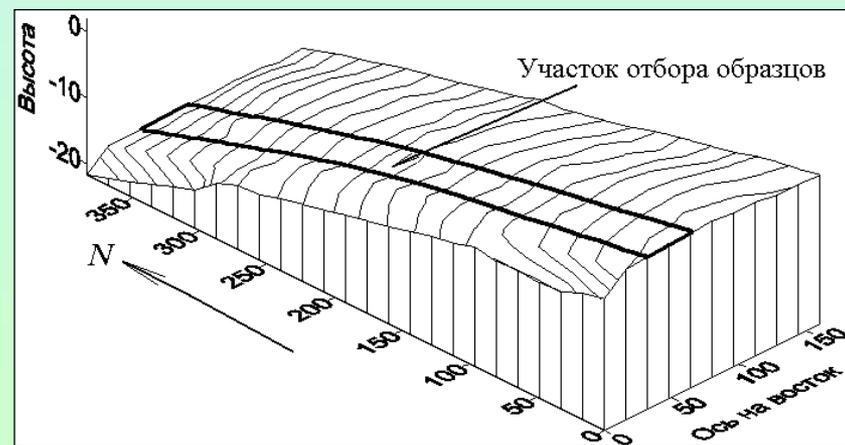
← 2. «Глебово»: участок сельхоз поля близ п.Глебово (ячмень, серая лесная среднесмытая почва, шаг решетки 16м) на юге Моск. обл., 1997. Объем выборки: 31 точка.

Методика «группового анализа» при статистических сравнениях

При сравнении характеристик почв и растительности с рельефом имеет смысл ввести «*групповой анализ*», который состоит в том, что вначале для конкретного участка выявляются дублирующие друг друга МВ со сходным физическим смыслом, а затем результаты корреляционного анализа группируются по сравнительно небольшому числу физических аспектов действия рельефа.

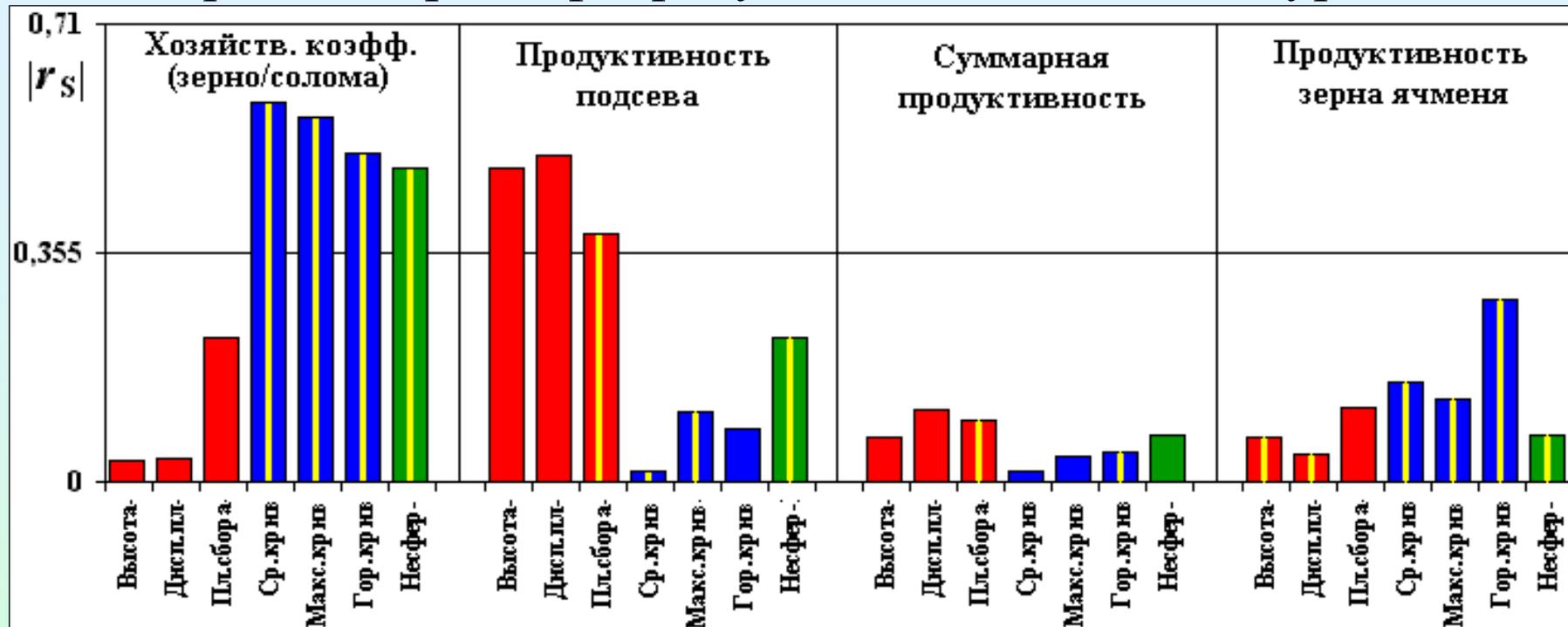
Дублирование одних МВ другими означает следующее. На участке «Глебово» нет существенного изменения температуры с высотой, а потому высота здесь не определяет высотную зональность; ее тесная корреляция с гидрологически важной площадью сбора, $r_s = -0,87$ ($P < 10^{-6}$), показывает, что высота здесь дублирует площадь сбора. Другой пример: вследствие общей выпуклости склона крутизна возрастает вниз по склону, тесно коррелируя с высотой, $r_s = -0,75$ ($P < 10^{-5}$).

Склон участка «Глебово» направлен на север и вариации этой направленности малы, поэтому освещенность здесь есть в основном функция крутизны; для корреляции ее с высотой имеем $r_s = 0,79$ ($P < 10^{-6}$), то есть, и освещенность здесь выступает в роли «дублера», характеризующего относительное положение в рельефе.

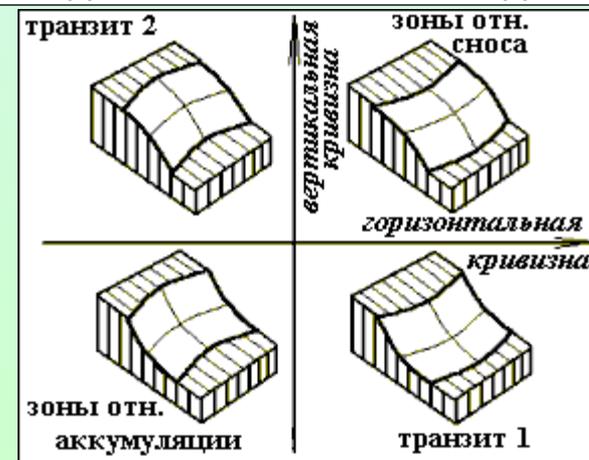


↑ Вид участка «Глебово».

Агроценоз: рельеф, продуктивность и качество урожая

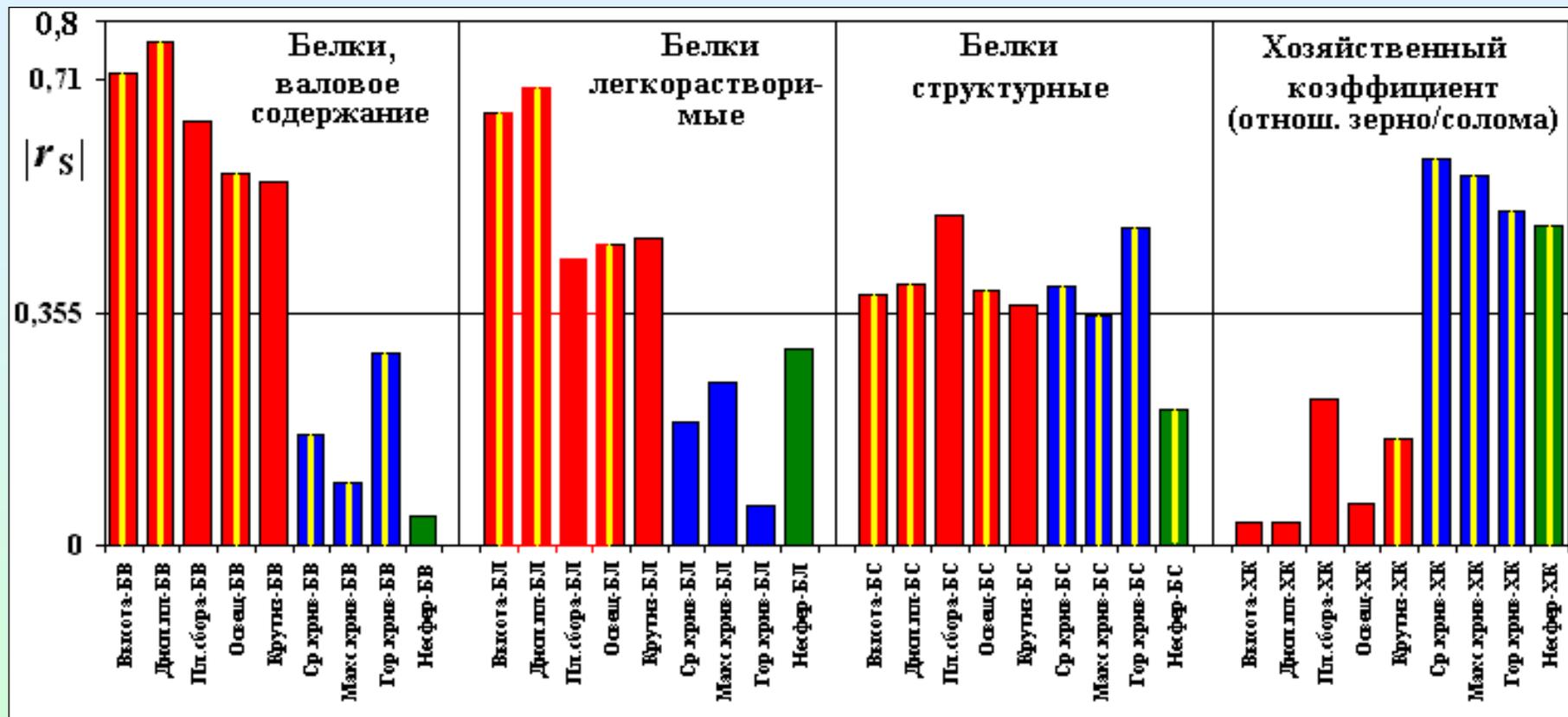


В агроценозе «Глебово» ↑ суммарная **продуктивность** и ряд других характеристик ячменя значимо не коррелировали с рельефом, в то время как для ряда характеристик **качества** урожая, начиная с хозяйственного коэффициента (отн. веса зерна к соломе), такая корреляция наблюдалась. Желтые полосы – отрицательная корреляция ($r_s < 0$).



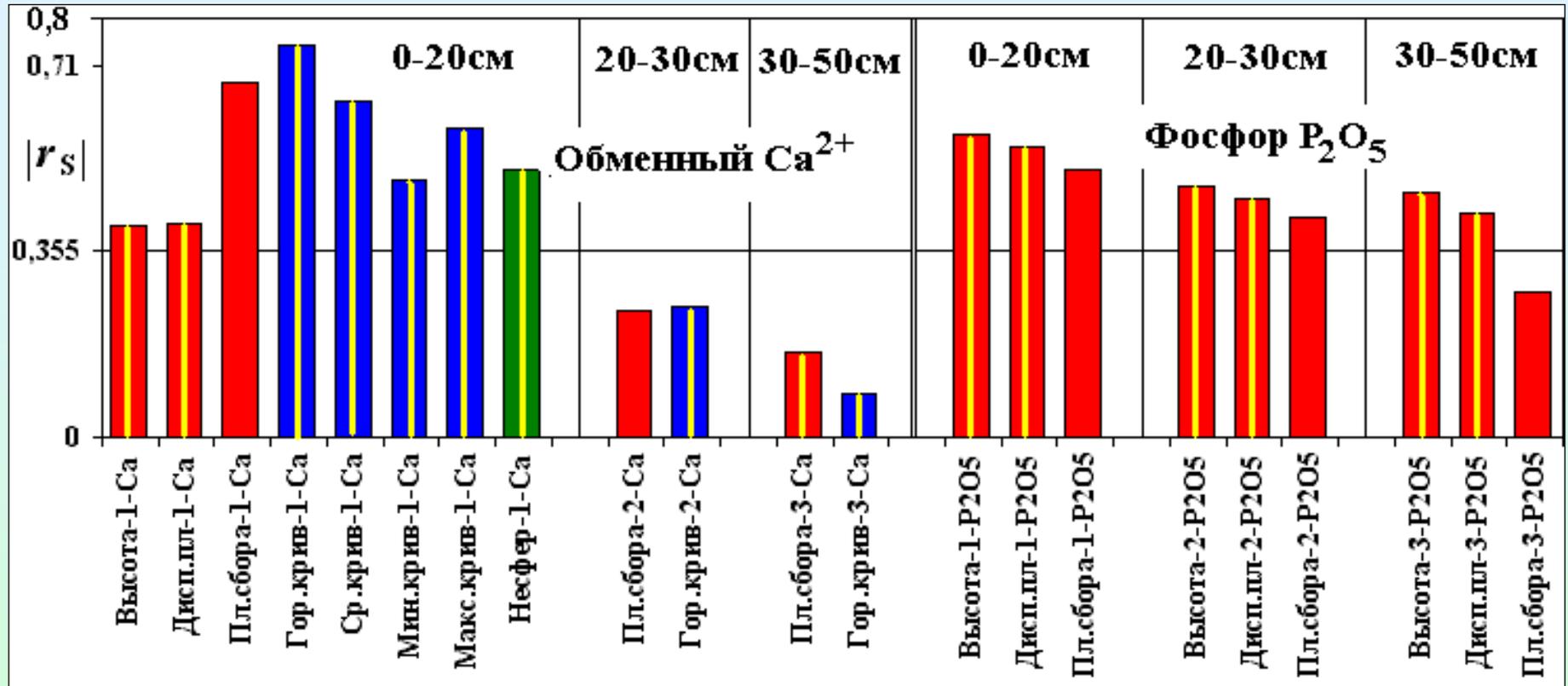
↑ Классификация Треха.

Агроценоз: рельеф и показатели качества урожая



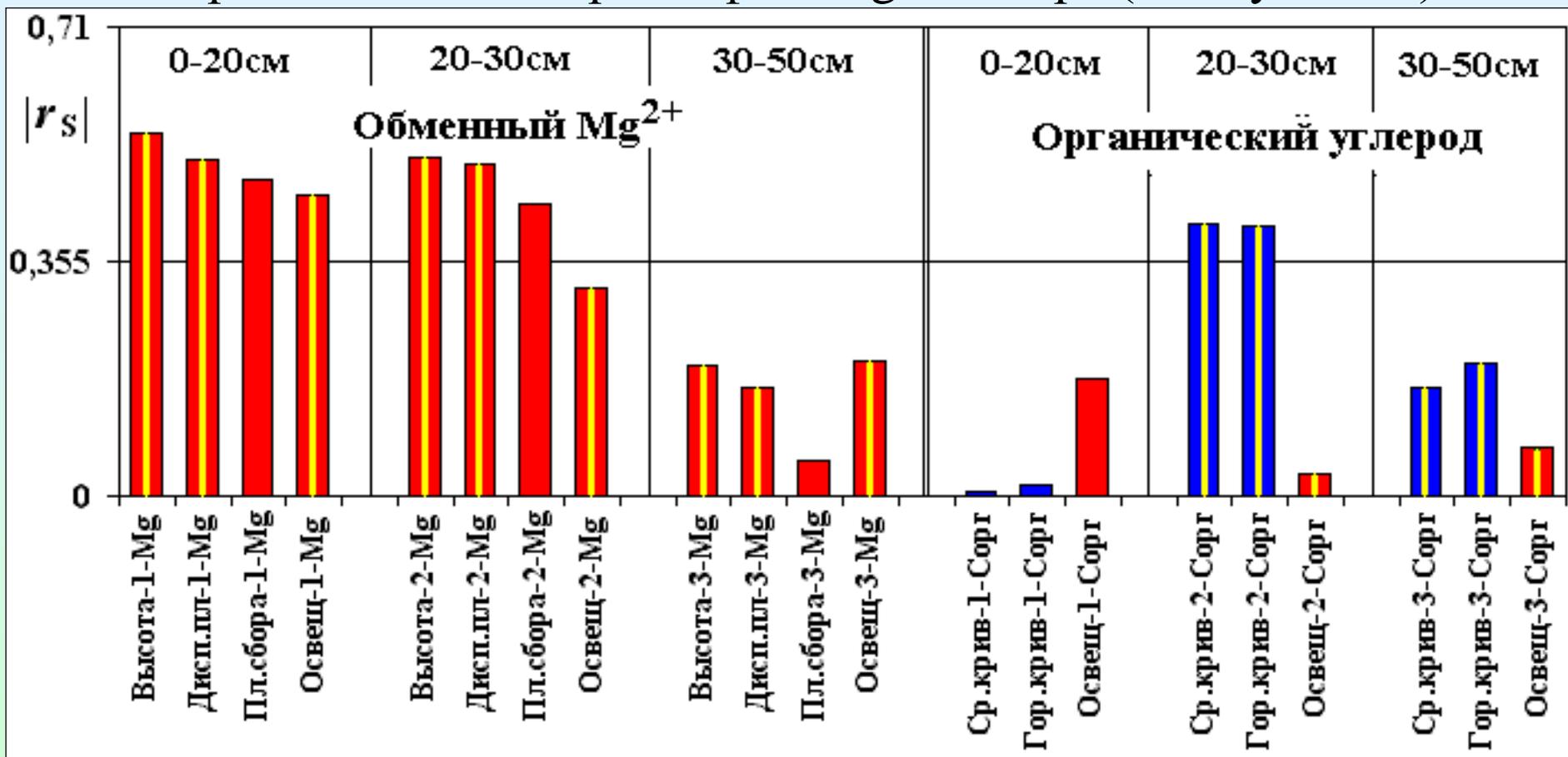
Результаты для показателей качества урожая ячменя. Для процента белка в зерне ячменя и хозяйственного коэффициента связь с рельефом определяется разными физическими факторами. Красный – х-ки относительного положения в рельефе, синий – х-ки зон относительной аккумуляции, зеленый – х-ки геометрических форм рельефа. Для белка связь с рельефом определяется относительным положением, для хозяйственного коэффициента – зонами относительной аккумуляции.

Агроценоз: связь с рельефом Ca^{2+} и P_2O_5 (по глубинам)



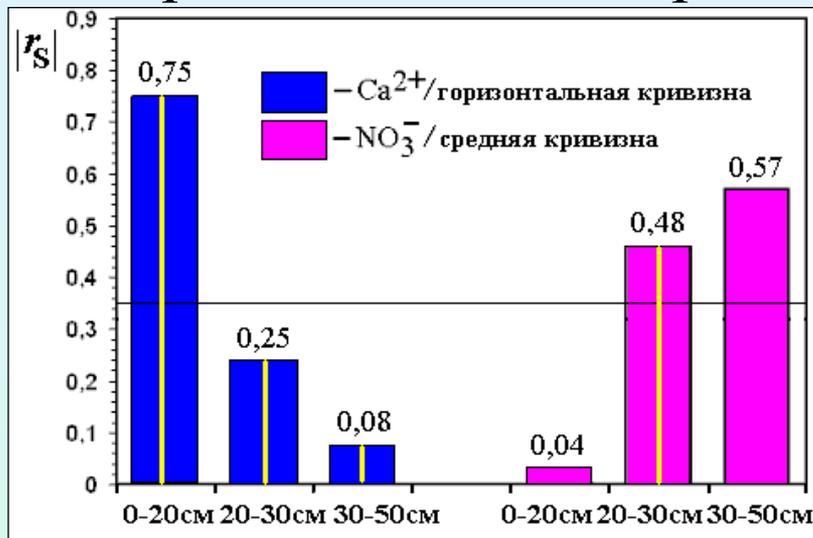
Корреляция с рельефом и для обменного Ca^{2+} и для P_2O_5 меньше с глубиной. Но связь с рельефом разная: Ca^{2+} в верхнем слое собирается в зоны отн. аккумуляции и связан с относительным положением в рельефе, а фосфор связан **только** с отн. положением в рельефе (оба растут вниз по склону). Сбор Ca^{2+} в зоны относительной аккумуляции, однако, не был характерен для обменного Mg^{2+} , корреляция между их концентрациями для агроценоза (в отличие от лесной экосистемы) была незначима.

Агроценоз: связь с рельефом Mg^{2+} и Сорг (по глубинам)

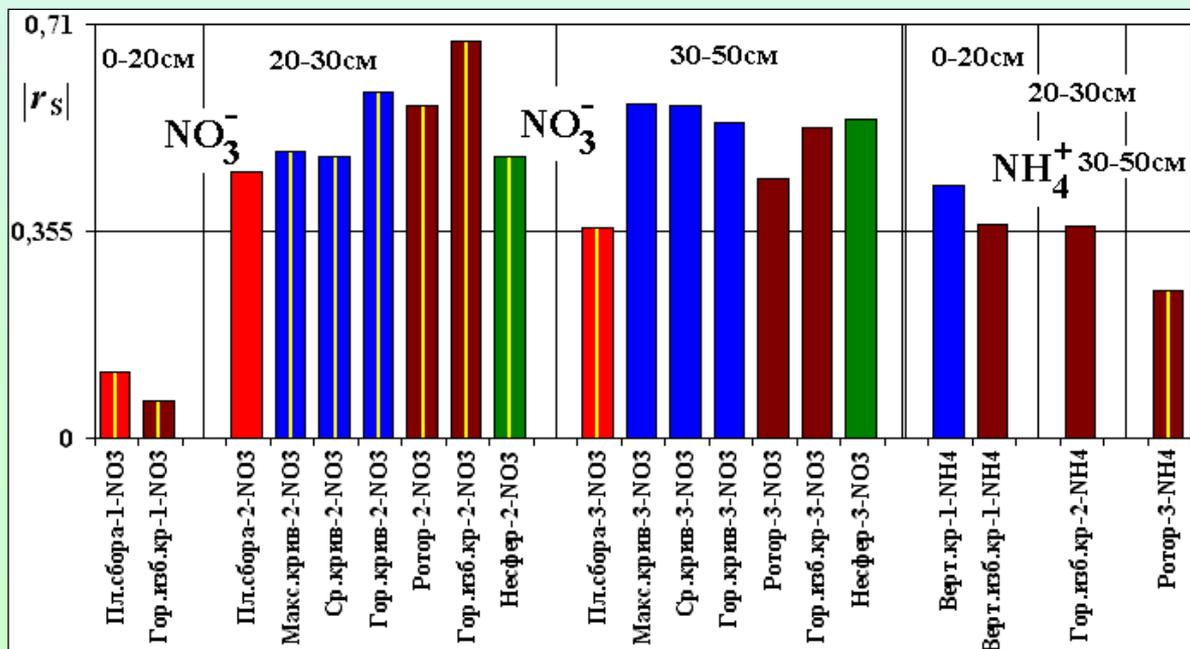


Связь Mg^{2+} с рельефом отличается от Ca^{2+} тем, что Mg^{2+} не связан с зонами отн. аккумуляции, его связь с х-ками относительного положением в рельефе медленнее убывает с глубиной. Сорг связан с рельефом (с зонами отн. аккумуляции) только во втором слое. Соответственно, различный характер связи с рельефом разных свойств почв и может вызывать различную связь с рельефом показателей качества урожая.

Агроценоз: связь нитратного азота с рельефом (по глубинам)

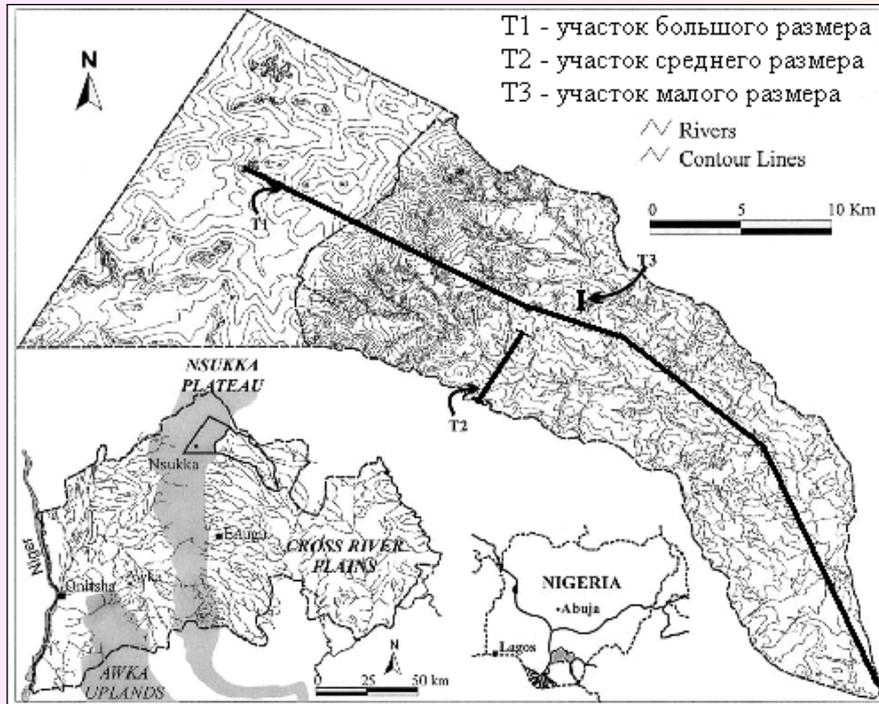


← В противоположность Ca^{2+} , нитратный азот NO_3^- не связан с рельефом в верхнем слое, но связан с ним в среднем и нижнем слоях (средние NO_3^- : 1,03 мг-экв/100г для слоя 0-20 см, 0,919 для слоя 20-30 см, 4,15 для слоя 30-50 см). Т.о., заглубление нитратного азота NO_3^- сопровождается его латеральным перераспределением.



← В целом ситуация несколько сложнее: перераспределение NO_3^- в нижних слоях связано с целым рядом физических факторов. Интересно, что в нижнем слое происходит инверсия знаков r_s .

Характерные размеры: априорный выбор уровня иерархии



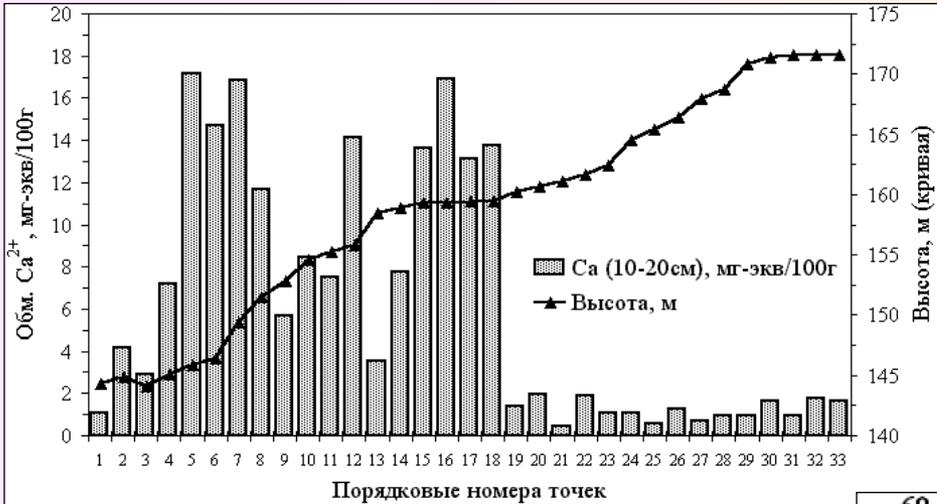
← Участки трех характерных размеров, из статьи (Gobin et al., 2000). Был неясен вопрос о том, как оценить *a priori* размер участков с зонами аккумуляции.

Нами предложено рассматривать ХР по сравнению с шириной водосборных бассейнов малых рек L. Участки малого ХР малы по сравнению с L, участки среднего ХР имеют протяженность $\sim L$, участки большого ХР велики по сравнению с L.

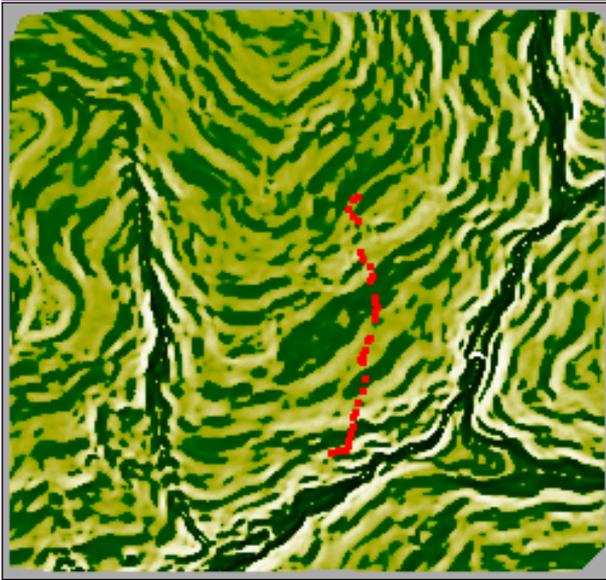
Введение характерных размеров (ХР) участков позволяет *a priori* настраиваться на определенные уровни иерархической организации ландшафтов. Так, в изучавшейся лесной экосистеме среднего ХР можно изучать зоны аккумуляции, а в изучавшемся агроценозе малого ХР это невозможно.



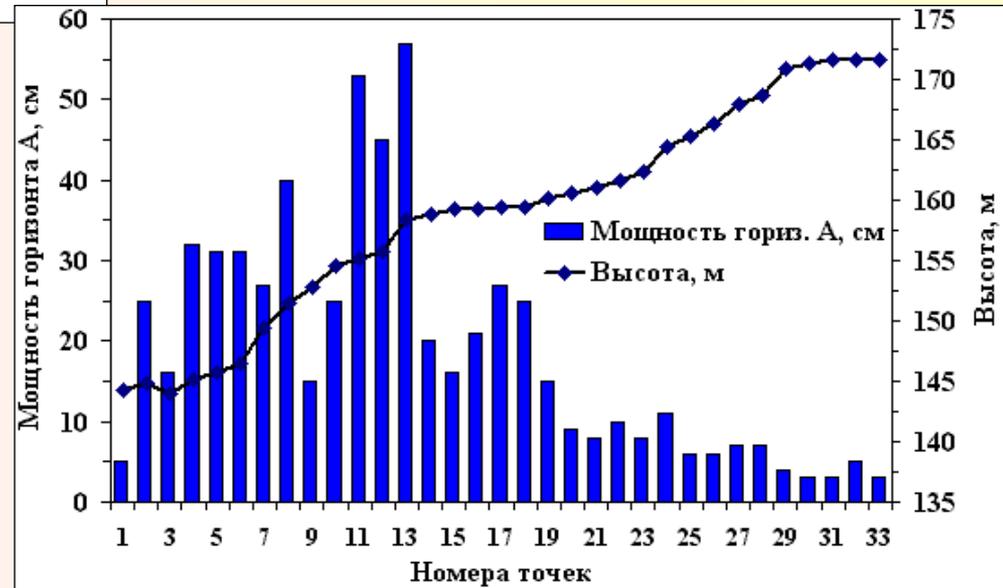
Лесная экосистема: зона аккумуляции



← Гистограмма распределения обменного Ca^{2+} в слое 10-20 см на трансекте участка «Данки» и кривая высоты вдоль него. Видна зона, где концентрация Ca^{2+} увеличена в среднем в 5,4 раза.

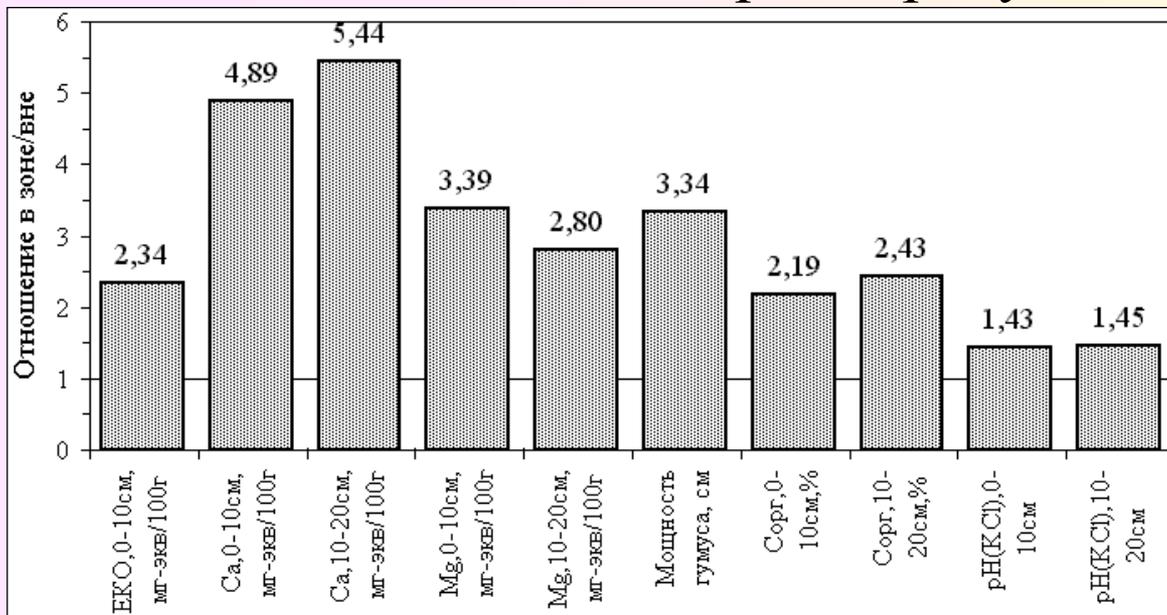


Карта террас ↑ (вертикальной кривизны) участка «Данки» и точки отбора проб.

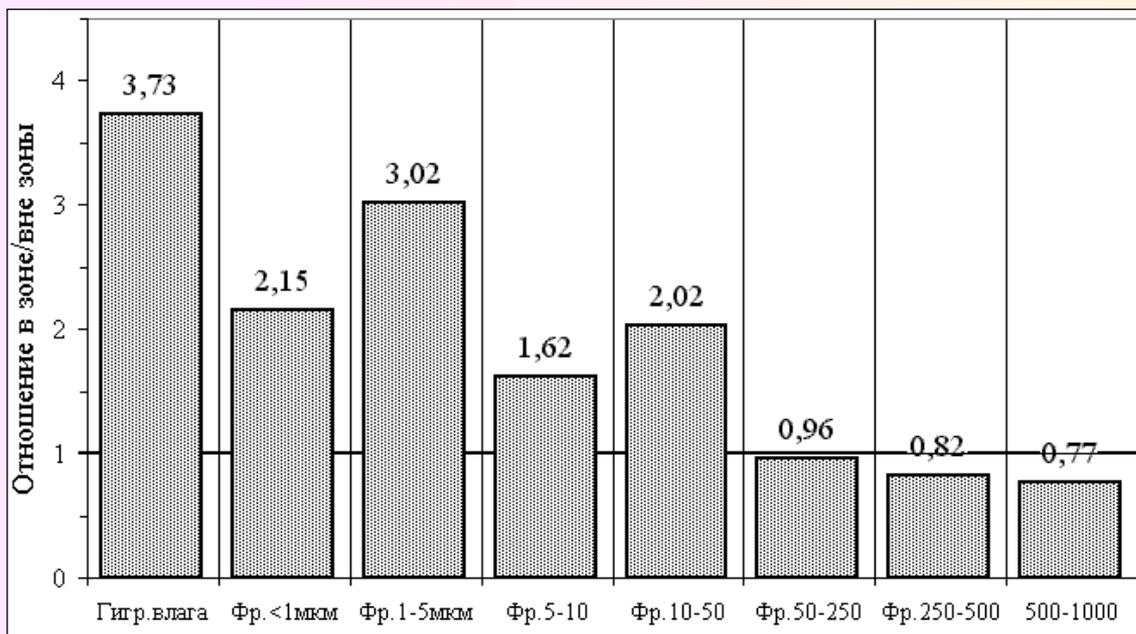


↑ Аналогично для мощности горизонта А и для ряда других свойств почв.

Лесная экосистема: роль гранулометрического состава

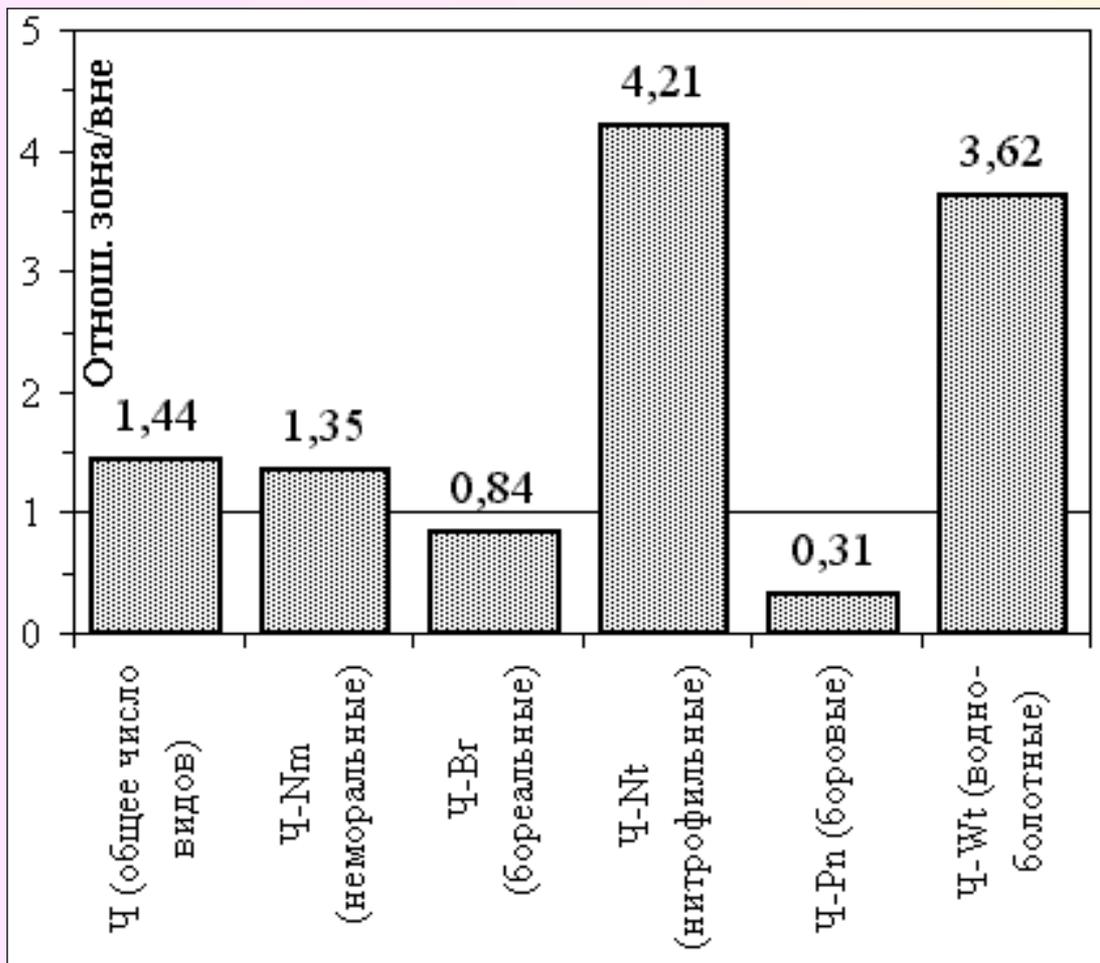


← Отношения средних значений характеристик почв в зоне аккумуляции и вне этой зоны, участок «Данки». Видно, что значения всех представленных здесь свойств почв увеличены в зоне аккумуляции. Также, в ней исчезает иллювиально-железистый горизонт.



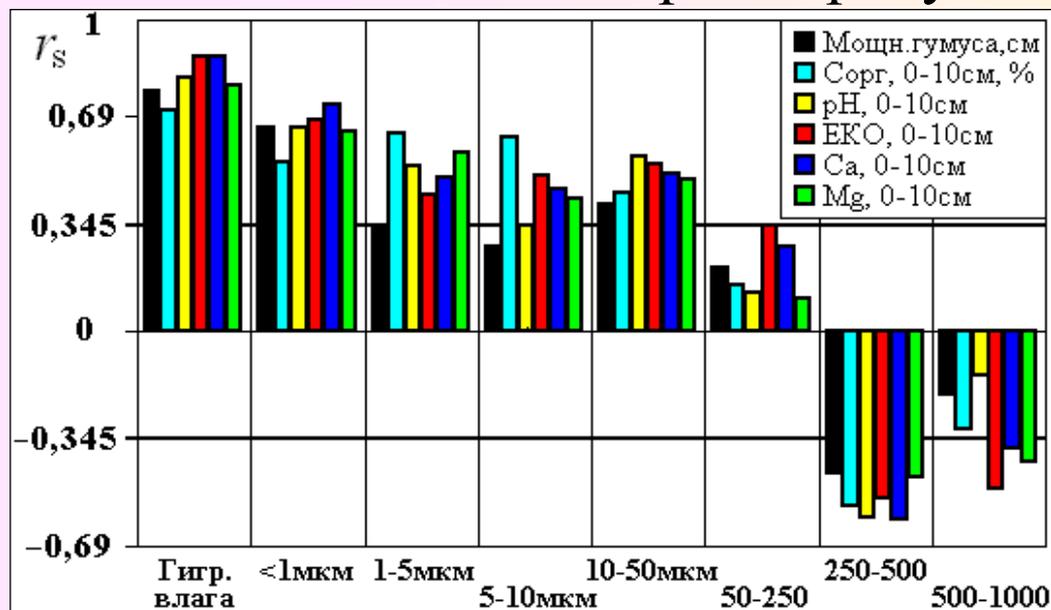
← Отношение средних значений фракций гранулометрического состава почв в зоне аккумуляции и вне этой зоны, «Данки». Видно, что мелкодисперсных фракций в 2-3 раза больше в зоне аккумуляции, чем вне этой зоны.

Лесная экосистема: специфика растительности

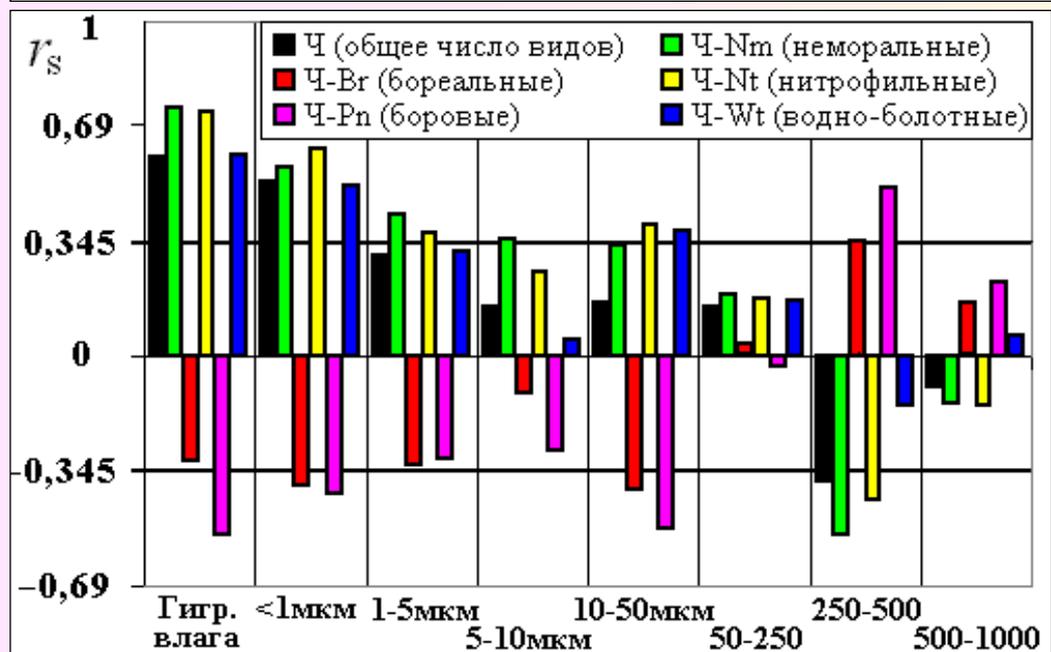


← Сравнение среднего числа видов основных эколого-ценотических групп (ЭЦГ) растений в зоне аккумуляции и вне этой зоны, «Данки». Видно уменьшение числа видов для содержащих хвойные деревья ЭЦГ в зоне и повышение – для остальных ЭЦГ. Этот факт интерпретируется здесь как следствие межвидовой конкурентной борьбы за различно обеспеченные питательными веществами участки местности.

Лесная экосистема: роль гранулометрического состава почв



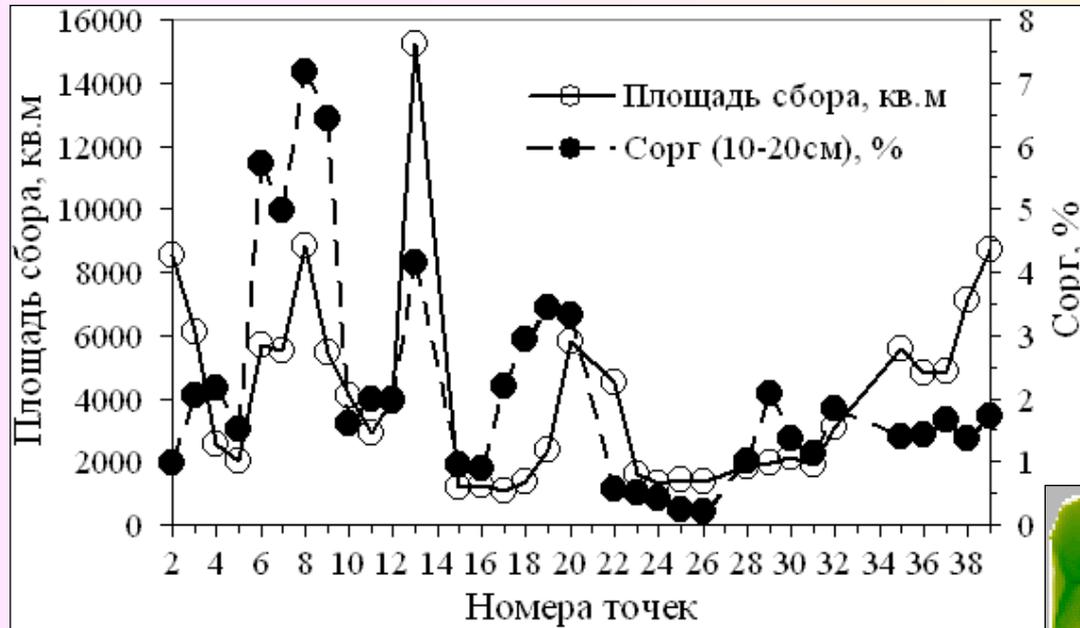
← Гистограмма корреляций между свойствами почв и фракциями почв, «Данки». Ранговый коэффициент корреляции Спирмана r_s убывает с ростом размера частиц фракции, что, как можно предположить, специфически отражает свойства почв в естественных условиях лесного сообщества.



← Растения ведут себя подобным образом, но с инверсией знака r_s для эколого-ценотических групп (ЭЦГ), содержащих хвойные деревья (бореальные и боровые ЭЦГ).

Зоны аккумуляции имеют немалую общность в ландшафте.

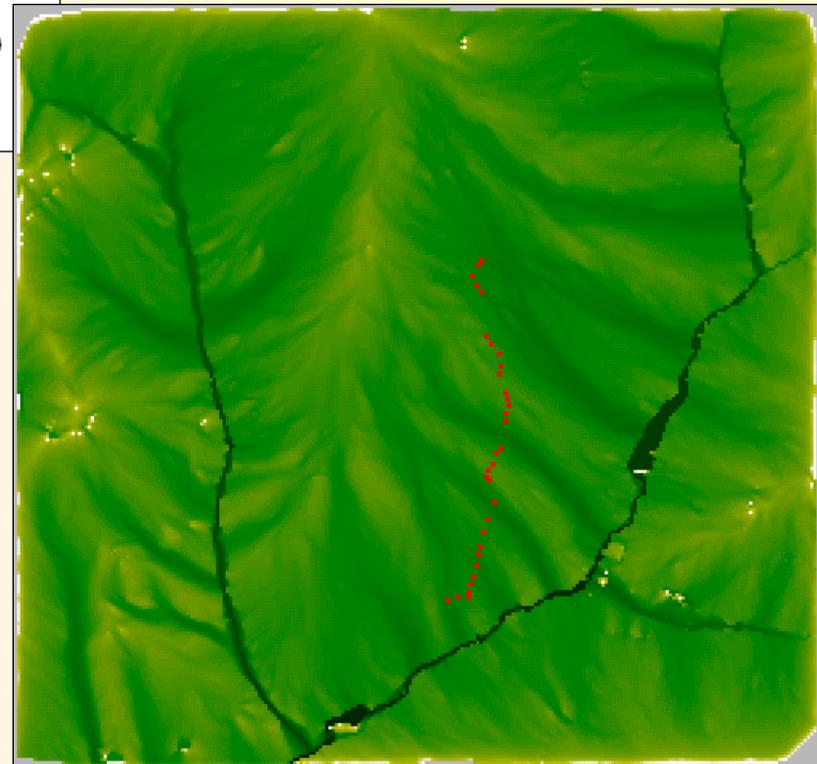
Лесная экосистема: органический углерод



← Сорг в слое 10-20 см и площадь сбора для участка «Данки». Корреляция: $r_s=0,47$ ($P<0,01$). Органический углерод связан с водотоками посредством травянистой растительности.

Карта площади сбора для участка «Данки». →
Видна картина потенциальных и реализованных водотоков (темные). Такая карта позволяла легко ориентироваться в густом лесу.

Сочетание достаточно малой крутизны и достаточно большой площади сбора может приводить к заболачиванию местности, так как вода не успевает уходить из таких участков.



Выводы

1. Разработана система 18 базовых морфометрических величин (МВ), в том числе введено 6 новых МВ, введены 6 непересекающихся классов МВ и форм рельефа, что позволяет оперировать свойствами как отдельных МВ, так и целых классов их. На этой основе введены понятия локального и регионального описания рельефа. Все эти МВ рассчитываются по матрице высот земной поверхности и могут использоваться для изучения статистической связи между свойствами почв, растительности и рельефом. Изучен физический смысл МВ, введено понятие двух механизмов аккумуляции и доказана связь с ними двух МВ, горизонтальной и вертикальной кривизн, при локальном описании рельефа. При региональном описании показана связь этих механизмов с двумя другими МВ: площадью сбора и дисперсивной площадью.
2. Показано, что расширенная система МВ позволяет обнаруживать закономерности связей между характеристиками биогеоценоза (почв, растительности) и рельефом в тех ситуациях, где менее представительный набор МВ этого не позволяет. Установлено, что в агроценозе статистическая связь с МВ достоверна для ряда показателей качества урожая ячменя – процента белка, его легкорастворимой и структурной фракций и хозяйственного коэффициента, – тогда как эта связь не значима для продуктивности.
3. Введено понятие трех характерных размеров (ХР) участков местности, статистическая связь свойств почв с рельефом для которых различна; использование этих ХР позволяет *a priori* выбирать участки по их ХР для изучения различных уровней иерархической организации ландшафта. Показано, что на участках среднего ХР обнаруживаются невидимые на участках малого ХР выраженные в рельефе зоны аккумуляции, в которых увеличен процент мелкодисперсных частиц почвы, существенно изменены мощность горизонта А почв и концентрации обменных катионов Ca^{2+} и Mg^{2+} .
4. Выявлено устойчивое пространственное изменение числа видов различных эколого-ценотических групп (ЭЦГ) растений всех ярусов лесной экосистемы в зоне аккумуляции по сравнению с областью вне этой зоны, при котором в этой зоне уменьшается число видов связанных с хвойными деревьями ЭЦГ (бореальной и боровой) и возрастает число видов остальных ЭЦГ, показана связь этих изменений с закономерными изменениями характеристик почв в зоне аккумуляции.
5. На сельскохозяйственном поле показана тесная корреляционная связь концентрации нитратного азота, аккумулярованного в нижних слоях почвы, с рельефом.

МВ: функции первых производных

$$A_0 = -90[1 - \text{sign}(q)](1 - |\text{sign}(p)|) + 180[1 + \text{sign}(p)] - \frac{180}{\pi} \text{sign}(p) \arccos \frac{-q}{(p^2 + q^2)^{1/2}},$$

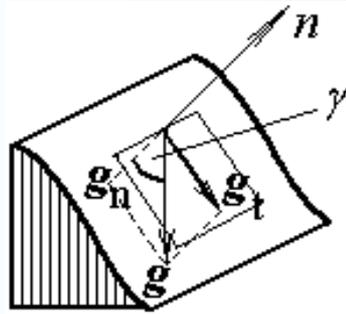
где $p = \frac{\partial z}{\partial x}$, $q = \frac{\partial z}{\partial y}$ — это первые частные производные высоты z по плановым координатам x, y ;

а функция $\text{sign}(x)$ определяется как $\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x > 0 \\ 0 & \text{при } x = 0 \\ -1 & \text{при } x < 0 \end{cases}$

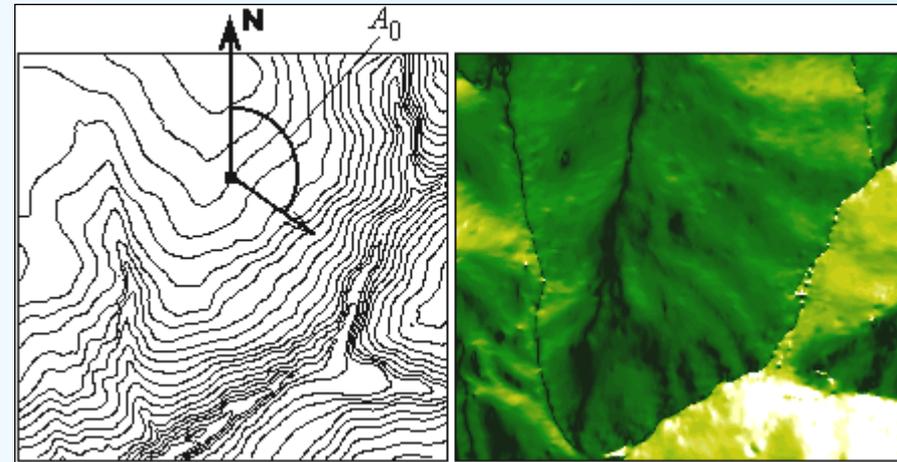
Крутизна склонов GA .

$$GA = \arctan(p^2 + q^2)^{1/2},$$

в тех же обозначениях. Отметим, что касательная к поверхности составляющая силы тяжести g_t пропорциональна не крутизне, а фактору крутизны $GF = \sin(GA)$.



Ориентация (экспозиция) склонов A_0 .

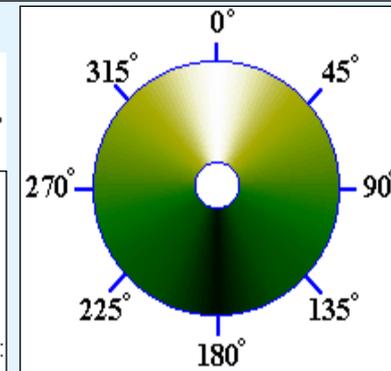
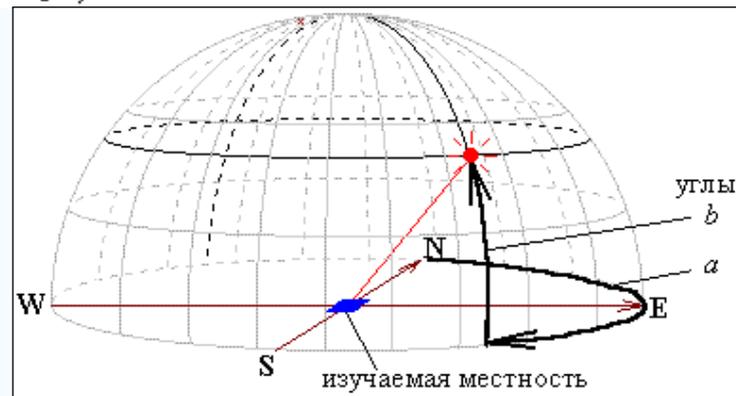


Освещенность склонов $F(a,b)$.

$$F(a,b) = \frac{50 \{1 + \text{sign}[\cos(90-a) - \sin(90-a)](p \sin b + q \cos b)\} [\cos(90-a) - \sin(90-a)(p \sin b + q \cos b)]}{(1 + p^2 + q^2)^{1/2}},$$

где a — это угол азимута (отсчитанный от севера по часовой стрелке), b — это угол склонения Солнца от горизонта.

Только две из этих трех МВ независимы, поскольку эти три функции первых производных выражаются через две переменные, частные производные p и q .



МВ: функции вторых производных, класс С

$$H = - \frac{(1+q^2)r - 2pqs + (1+p^2)t}{2(1+p^2+q^2)^{3/2}},$$

Средняя кривизна H .

где $p = \frac{\partial z}{\partial x}$, $q = \frac{\partial z}{\partial y}$, $r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ есть частные производные высоты z по плановым координатам x , y .

Равенство нулю H отвечает так называемой минимальной поверхности, площадь которой минимальна для заданного (не обязательно плоского) контура. Доказано (Shary, 1995), что H равна полусумме горизонтальной и вертикальной кривизн, $H = (kv+kh)/2$, те есть H описывает оба механизма аккумуляции с равными весами.

$$K = \frac{rt - s^2}{(1+p^2+q^2)^2},$$

Полная гауссова кривизна K .

не меняется при любом изгибании поверхности, не меняющем длины кривых на ней (Гаусс, 1827, Теорема egregium).



← Дешифрирование с помощью K спирали, замаскированной общей формой оврага. Слева – высота, в середине K , справа – поверхность K освещена.

$$M = \frac{\left\{ \left[r \left(\frac{1+q^2}{1+p^2} \right)^{1/2} - t \left(\frac{1+p^2}{1+q^2} \right)^{1/2} \right]^2 (1+p^2+q^2) + \left[pqr \left(\frac{1+q^2}{1+p^2} \right)^{1/2} - 2s[(1+q^2)(1+p^2)]^{1/2} + pqt \left(\frac{1+p^2}{1+q^2} \right)^{1/2} \right]^2 \right\}^{1/2}}{2(1+p^2+q^2)^{3/2}},$$

Несферичность M .

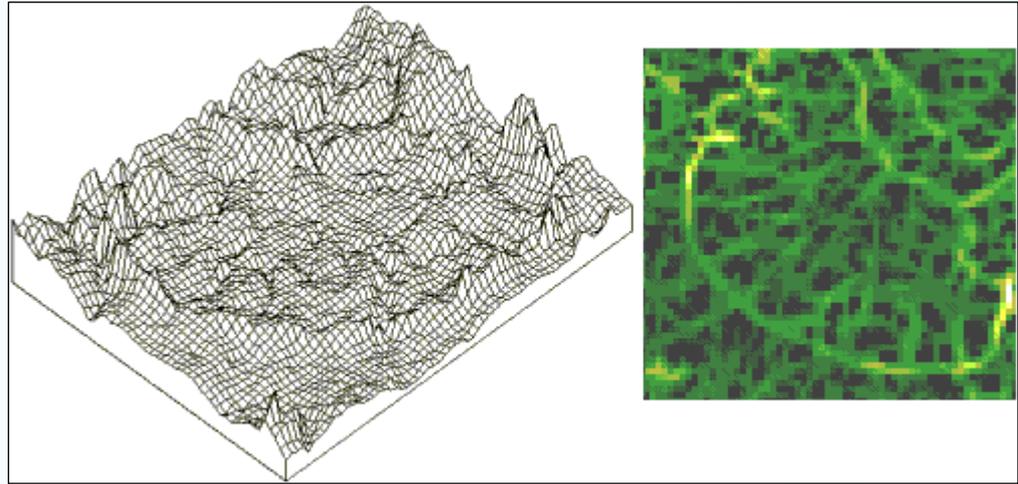
формула преобразована нами к сумме квадратов для удобства расчетов на ПК. M описывает отклонение формы поверхности от сферической (Shary, 1995), она равна нулю для сферы.

МВ: функции вторых производных, класс С

$$k_{max} = H + M,$$

описывает гребневые формы (С-гребни).

Максимальная кривизна k_{max} .



↑ Дешифрирование гребневых форм с помощью k_{max} .

$$k_{min} = H - M,$$

описывает килевые формы (С-кили).

Минимальная кривизна k_{min} .

МВ: функции вторых производных, класс А

$$kh = - \frac{q^2 r - 2 p q s + p^2 t}{(p^2 + q^2)(1 + p^2 + q^2)^{1/2}},$$

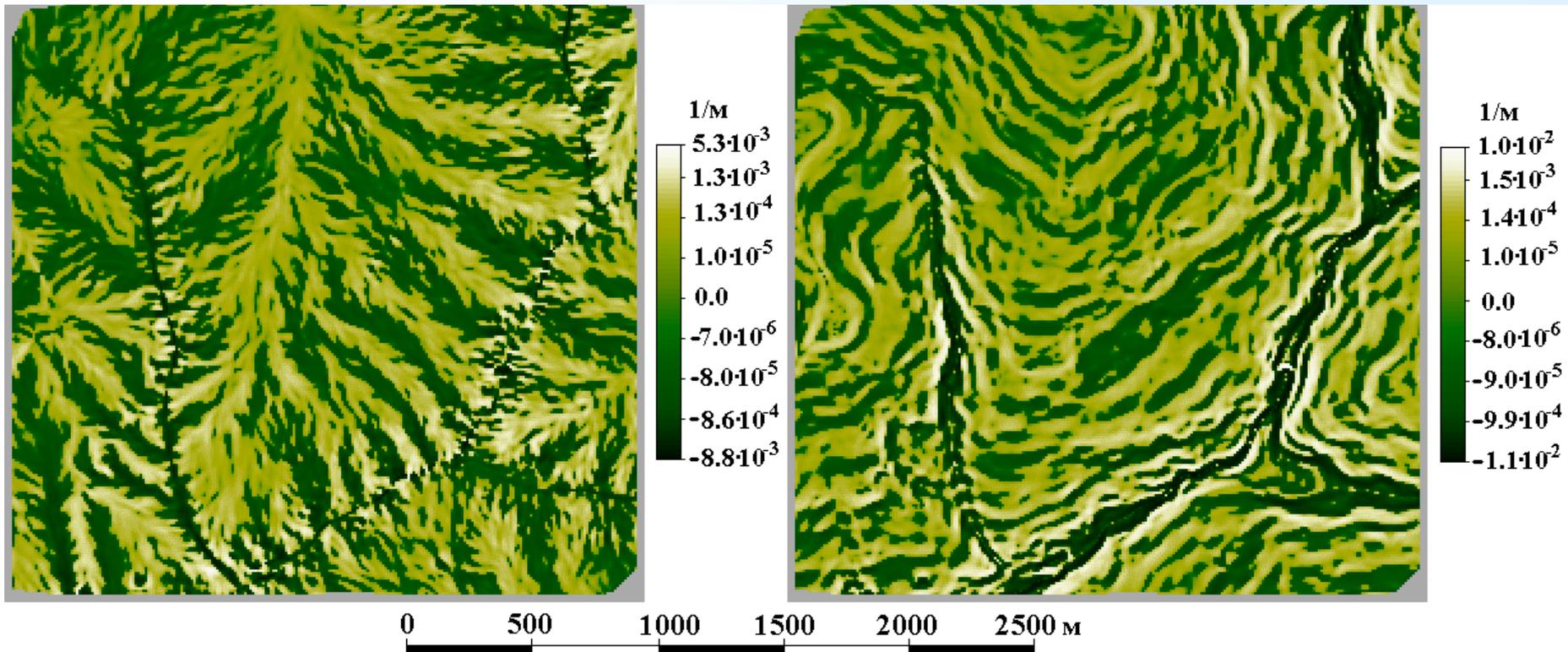
Горизонтальная кривизна kh .

описывает первый механизм аккумуляции, или выпуклые и вогнутые А-отроги Аандала.

$$kv = - \frac{p^2 r + 2 p q s + q^2 t}{(p^2 + q^2)(1 + p^2 + q^2)^{3/2}},$$

Вертикальная кривизна kv .

описывает второй механизм аккумуляции, или выпуклые и вогнутые А-террасы Аандала.



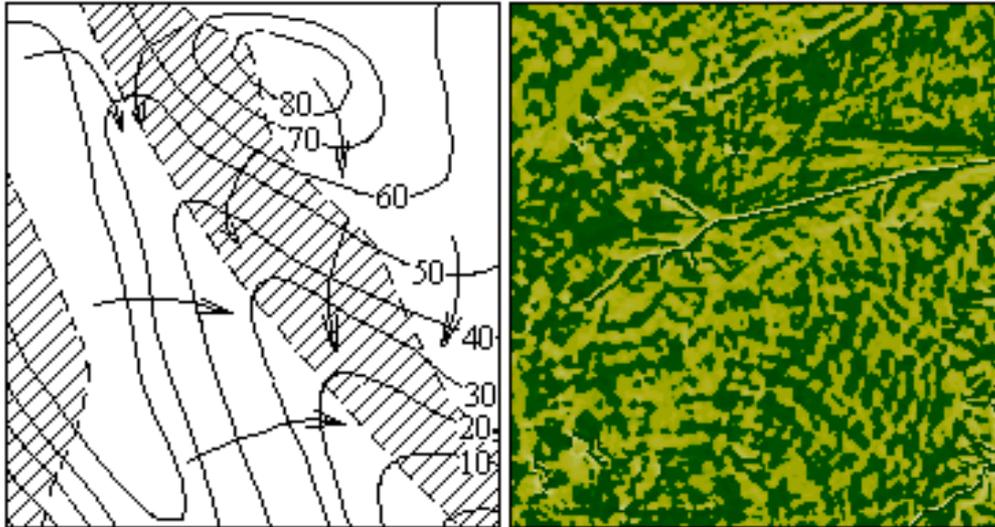
Отроги (слева) и террасы (справа) Аандала для участка Данки. Вогнутые формы рельефа показаны темным, выпуклые – светлым.

МВ: функции вторых производных, класс А

$$rot = \frac{(p^2 - q^2)s - pq(r - t)}{(p^2 + q^2)^{3/2}},$$

Ротор rot .

описывает расчлененность рельефа (извилистость потоков) с учетом направления их поворота.



← Схема (слева) и карта (справа) ротора; на последней темным показаны области с отрицательными значениями rot . Эта МВ есть аксиальный вектор, в правой системе координат значение rot положительно при повороте линий тока по часовой стрелке.

$$KR = \frac{[(p^2 - q^2)s - pq(r - t)]^2}{(p^2 + q^2)^2 (1 + p^2 + q^2)^2},$$

Полная кольцевая кривизна KR .

также описывает расчлененность рельефа (извилистость потоков), но без учета направления поворота линий тока, так как KR пропорциональна rot^2 с положительным коэффициентом пропорциональности, зависящим только от крутизны.

$$E = \frac{q^2 r - 2pqs + p^2 t}{(p^2 + q^2)(1 + p^2 + q^2)^{1/2}} - \frac{(1 + q^2)r - 2pqs + (1 + p^2)t}{2(1 + p^2 + q^2)^{3/2}},$$

Разностная кривизна E .

описывает соотношение между первым и вторым механизмами аккумуляции.

МВ: функции вторых производных, связь кривизн

Только три кривизны являются независимыми. При выборе в качестве независимых средней кривизны H , несферичности M и разностной кривизны E все кривизны выражаются через эти три следующими соотношениями:

Кривизны размерности 1/м		Полные кривизны (размерности 1/м ²)
$k_{max} = H + M$	$kh = H - E$	$K = H^2 - M^2$
$k_{min} = H - M$	$kve = M + E$	$KA = H^2 - E^2$
$kv = H + E$	$khe = M - E$	$KR = M^2 - E^2$

Некоторые соотношения для кривизн. Полные кривизны:

$$K = k_{max} \cdot k_{min}, \quad KA = kv \cdot kh, \quad KR = kve \cdot khe, \quad K = KR + KA.$$

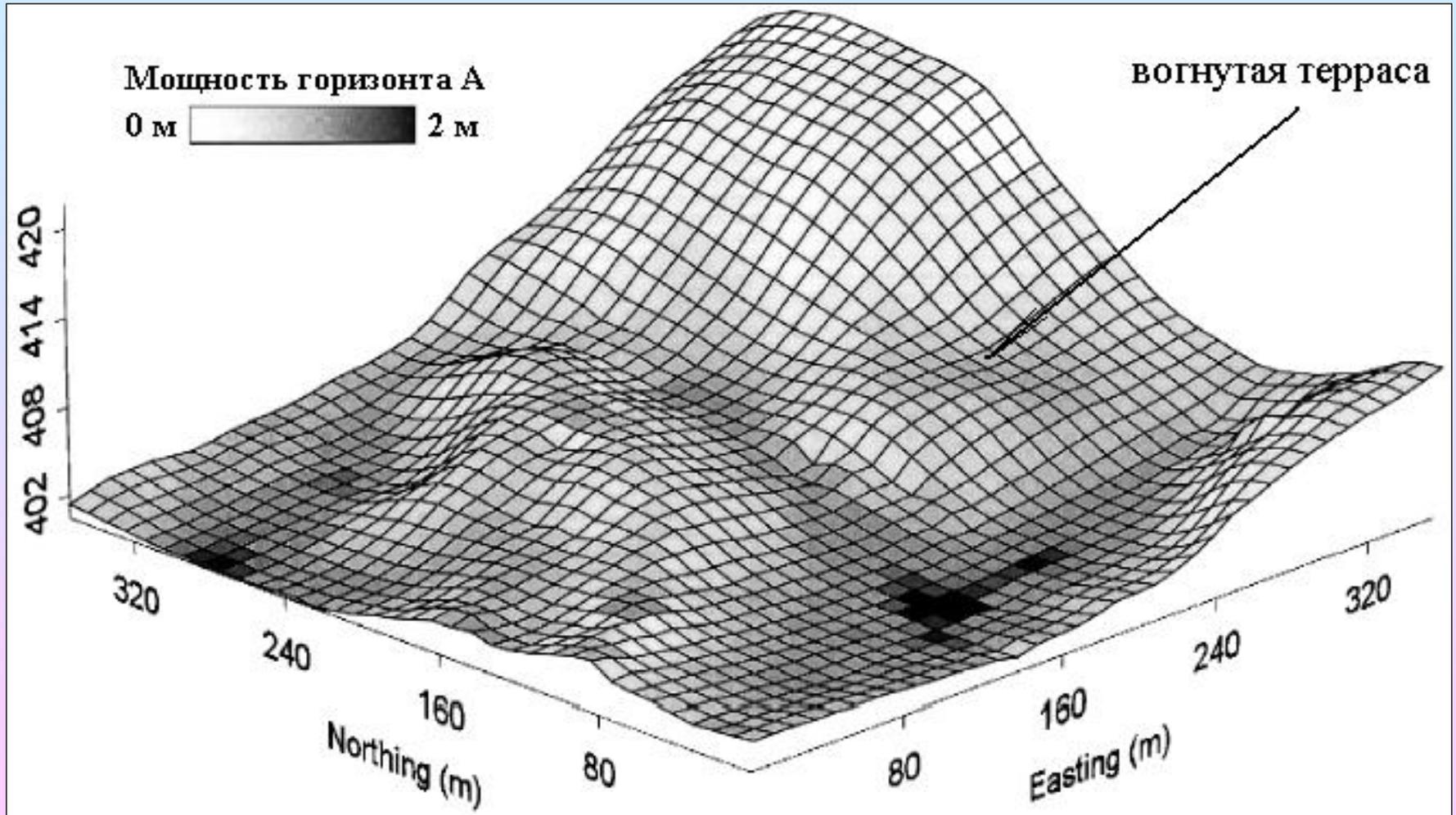
Другие соотношения.

$E = M \cdot \cos(2\theta)$, где θ – угол между гравитационной сеткой и сеткой линий кривизны.

$$H = (k_{max} + k_{min})/2 = (kv + kh)/2.$$

Спасибо за внимание!

Добавление



Добавление

